



**Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам**

7 класс

**Заключительный тур
Вариант 2**

2020-2021

1. (12 баллов) На городской ратуше имеются два колокола, которые бьют каждый час в течение одной минуты. Колокола начинают бить одновременно. Интервалы между ударами для этих колоколов соответственно составляют $\frac{5}{3}$ секунды и 2 секунды. Совпадшие по времени удары воспринимаются как один. Сколько ударов туристы услышат за одну минуту, включая первый и последний?

Ответ: 61.

Решение. Первый колокол за минуту сделает $60 : \frac{5}{3} + 1 = 37$ ударов. Второй колокол за минуту сделает $60 : 2 + 1 = 31$ удар. Удары колоколов совпадают через 10 секунд, а всего они совпадут $60 : 10 + 1 = 7$ раз. Значит, туристы услышат $37+31-7=61$ удар.

Оценивание. За верное решение 12 баллов.

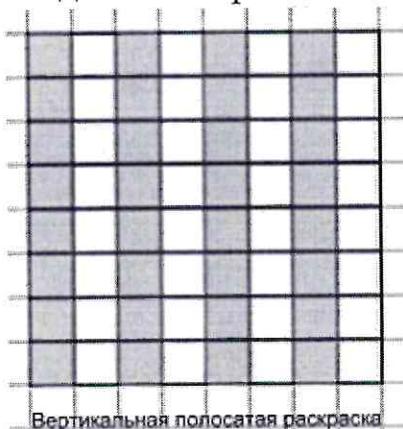
2. (12 баллов) В понедельник в школьную библиотеку пришло 8 человек, во вторник – 9, в среду – 11, в четверг – 7, в пятницу – 11. Никто из учеников не был в библиотеке два дня подряд. Какое наименьшее количество учеников побывало в библиотеке с понедельника по пятницу?

Ответ: 20.

Решение. Во вторник и среду было 20 человек. Никто не ходил в библиотеку два дня подряд. Следовательно, учеников, посетивших библиотеку не меньше 20. Приведем пример посещения библиотеки 20 учениками. Занумеруем учеников от 1 до 20. Пусть в понедельник пришли ученики с 1 по 8; во вторник – с 9 по 17; в среду – с 1 по 8, 18, 19, 20; в четверг – с 9 по 15; в пятницу – с 1 по 8, 16, 17, 18. Конечно, подобный пример – не единственный.

Оценивание. За верное решение 12 баллов. Если приведена только оценка – 8 баллов. За верный ответ без попытки обоснования 3 балла.

3. (13 баллов) Клетки шахматной доски покрашены в чёрный и белый цвет. Допустима операция: любые три клетки, образующие уголок из трёх клеток, можно перекрасить в противоположный цвет. Можно ли с помощью таких операций перейти от традиционной (шахматной) раскраски доски к вертикальной полосатой раскраске?



Ответ: можно.

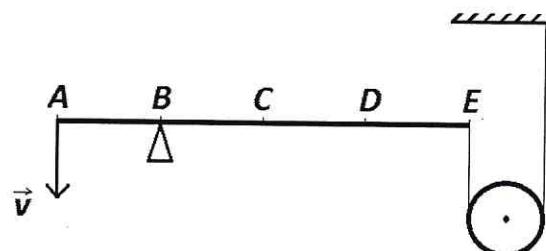
Во втором случае всё затраченное время: $20 = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}$. (3 балла)

В результате получаем: $\frac{s}{v_1} = 10$. (1 балл)

В третьем случае всё затраченное время:

$$t = \frac{2s}{v_2} = 2 \left(60 - \frac{s}{v_1} \right) = 2(60 - 10) = 100 \text{ минут.} \quad \text{(3 балла)}$$

7. (10 баллов) Лёгкий стержень AE опирается на неподвижную опору в точке B . К правому концу стержня привязана лёгкая нерастяжимая нить, которая через однородный подвижный блок прикреплена к потолку. Известно, что $AB=BC=CD=DE$. Определите скорость центра блока в тот момент, когда левый конец стержня движется вертикально вниз со скоростью $v=4 \text{ м/с}$.



Ответ: 6 м/с.

Решение. Стержень поворачивается относительно точки B . (2 балла)

Следовательно, скорость точки E : $v_E = 3v = 12 \text{ м/с.}$ (4 балла)

Скорость центра блока: $v_{\text{ц}} = \frac{1}{2}v_E = 6 \text{ м/с.}$ (4 балла)

8. (15 баллов) Куб состоит из восьми одинаковых кубиков меньшего размера. Два маленьких кубика заменили на такие же по размеру, но с большей в два раза плотностью. Определите отношение начальной и конечной плотностей большого куба.

Ответ: 0,8.

Решение. Связь массы и объёма: $m = \rho V$, (3 балла)

то есть новые кубики, при том же объёме, в два раза тяжелей.

Начальная плотность: $\rho_{\text{нач}} = \frac{8m_0}{8V_0}$. (4 балла)

Конечная плотность: $\rho_{\text{кон}} = \frac{6m_0 + 2m_1}{8V_0} = \frac{6m_0 + 2 \cdot 2m_0}{8V_0} = \frac{10m_0}{8V_0}$. (5 балла)

Окончательный результат: $\frac{\rho_{\text{нач}}}{\rho_{\text{кон}}} = \frac{8}{10} = 0,8$. (3 балла)

Решение. Покажем, что от любой раскраски можно перейти к любой другой раскраске. Рассмотрим уголки, расположенные внутри квадрата:

a	b
d	c

Если применить операции к уголкам

a	b
c	d

	b
d	c

a	
d	c

то окажется, что цвет поменяет только клетка c , а остальные сохранят свой цвет. В роли клетки c может выступать любая клетка поля. Поэтому можно получить любую раскраску.

Оценивание. За верное решение 13 баллов.

4. (13 баллов) Некоторое пятизначное число, записанное различными цифрами, умножили на 4. В результате получилось число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найдите это число, если известно, что его первая цифра 2.

Ответ: 21978.

Решение: По условию задачи имеем: число $\overline{2abcd} \cdot 4 = \overline{dcba2}$. Тогда d – или 8 или 9. Но $9 \cdot 4$ оканчивается на 6. Тогда $d=8$ и $\overline{2abc8} \cdot 4 = \overline{8cba2}$. Теперь a . Оно меньше 3 и не равно 2 (уже есть), и не равно 0 (иначе число справа не делится на 4). Значит, $a=1$ и $\overline{21bc8} \cdot 4 = \overline{8cb12}$. Далее найдём c . Число $4c+3$ должно оканчиваться на 1. Значит c равно или 2, или 7. Но 2 уже есть, тогда $c=7$ и $\overline{21b78} \cdot 4 = \overline{87b12}$. Осталось определить b . Имеем $4b + 3 = \overline{3b}$, откуда $b=9$. Число $21978 \cdot 4 = 87912$ (проверка).

Оценивание. За верное решение 14 баллов, за верный ответ без решения 2 балла.

5. (15 баллов) Грузоподъёмность нефтяного танкера 28620 тонн. Нефть загружают на танкер со скоростью 750 баррелей в минуту. Плотность нефти $0,9 \text{ г}/\text{см}^3$. Сколько времени займёт полная загрузка танкера? Один баррель равен 159 литрам?

Ответ: 16000 секунд.

Решение. Объём нефти загружаемой ежесекундно: $\frac{750 \text{ баррелей} \cdot 159 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{60 \text{ секунд}}$.

(5 баллов)

$$\text{Масса: } m = \rho V = \frac{900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 750 \text{ баррелей} \cdot 159 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{60 \text{ секунд}} = 1788,75 \frac{\text{кг}}{\text{с}}. \quad \text{(5 баллов)}$$

$$\text{Время погрузки: } t = \frac{28620 \cdot 10^3 \text{ кг}}{1788,75 \frac{\text{кг}}{\text{с}}} = 16000 \text{ секунд.} \quad \text{(5 баллов)}$$

6. (10 баллов) Если Вася отправился в гости к другу на велосипеде, а обратно вернулся пешком, то он потратил на всю дорогу полтора часа. В другой раз проехав и туда, и обратно на велосипеде, он затратил на весь путь 30 минут. Сколько времени он затратит на дорогу, если и туда, и обратно он пройдёт пешком?

Ответ: 150 минут.

Решение. В первом случае всё затраченное время: $90 = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}$. **(3 балла)**

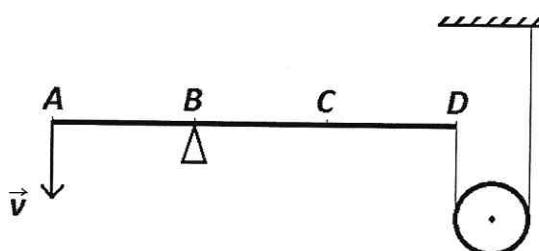
Во втором случае всё затраченное время: $30 = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_1}$. (3 балла)

В результате получаем: $\frac{s}{v_1} = 15$. (1 балл)

В третьем случае всё затраченное время:

$$t = \frac{2s}{v_2} = 2 \left(90 - \frac{s}{v_1} \right) = 2(90 - 15) = 150 \text{ минут.} \quad \text{(3 балла)}$$

7. (10 баллов) Лёгкий стержень AD опирается на неподвижную опору в точке B . К правому концу стержня привязана лёгкая нерастяжимая нить, которая через однородный подвижный блок прикреплена к потолку. Известно, что $AB=BC=CD$. Определите скорость центра блока в тот момент, когда левый конец стержня движется вертикально вниз со скоростью $v=5 \text{ м/с}$.



Ответ: 5 м/с.

Решение. Стержень поворачивается относительно точки B . (2 балла)

Следовательно, скорость точки D : $v_D = 2v = 10 \text{ м/с.}$ (4 балла)

Скорость центра блока: $v_{\text{ц}} = \frac{1}{2}v_D = 5 \text{ м/с.}$ (4 балла)

8. (15 баллов) Куб состоит из восьми одинаковых кубиков меньшего размера. Два маленьких кубика заменили на такие же по размеру, но с большей в три раза плотностью. Определите отношение конечной и начальной плотностей большого куба.

Ответ: 1,5.

Решение. Связь массы и объёма: $m = \rho V$, (3 балла)

то есть новые кубики, при том же объёме, в три раза тяжелей.

Начальная плотность: $\rho_{\text{нач}} = \frac{8m_0}{8V_0}$. (4 балла)

Конечная плотность: $\rho_{\text{кон}} = \frac{6m_0 + 2m_1}{8V_0} = \frac{6m_0 + 2 \cdot 3m_0}{8V_0} = \frac{12m_0}{8V_0}$. (5 балла)

Окончательный результат: $\frac{\rho_{\text{кон}}}{\rho_{\text{нач}}} = \frac{12}{8} = 1,5$. (3 балла)